Université Abdelmalek Essaadi — **Filière : AP2, S4**

Ecole Nationale des Sciences Appliquées — **Année universitaire : 2019/2020**

Al Hoceima — **TD de Statique des fluides**

Série 4

Exercice 1

Un réservoir de forme parallélépipédique ayant les dimensions suivantes : hauteur h = 3 m, longueur L_1= 8 m, largeur L_2 = 6 m, est complètement remplie d'huile de masse volumique $\rho = 900\ kg/m^3$.

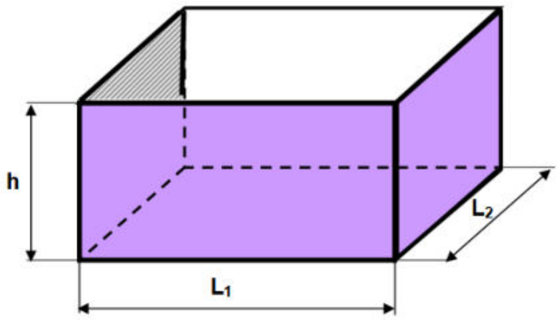


Fig. 1

1- Calculer le module de la résultante des forces de pression sur chaque surface du réservoir (les quatre faces latérale et le fond). On donne l'accélération de la pesanteur g = 9,81 m/s^2.

2- Déterminer pour les surfaces latérales la position du point d'application (centre de poussée).

Exercice 2

On considère un récipient en forme de parallélépipède de largeur b = 2 m, ouvert à l'air libre et rempli jusqu'à une hauteur h = 1,5 m avec du mercure de masse volumique ρ = 13600 kg/m^3.

On désigne par G le centre de gravité de la surface mouille S. $(G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ un R.O.D. où $\vec{X}$ est orthogonal à S et $\vec{Y}$ est vertical (voir Fig. 2). On donne l'accélération de la pesanteur g = 9,81 m/s^2.

1- Déterminer l'intensité de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression agissant sur S.
2- Calculer le moment quadratique $I_{(G,Z)}$ de la surface S.
3- Calculer la position Y_0 du centre de poussée.

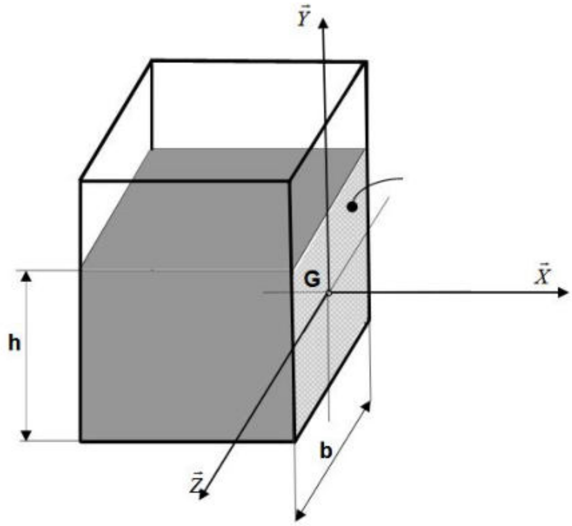


Fig. 2

Exercice 3

On considère un aquarium géant utilisé dans les parcs d'attraction représenté par la figure suivante :

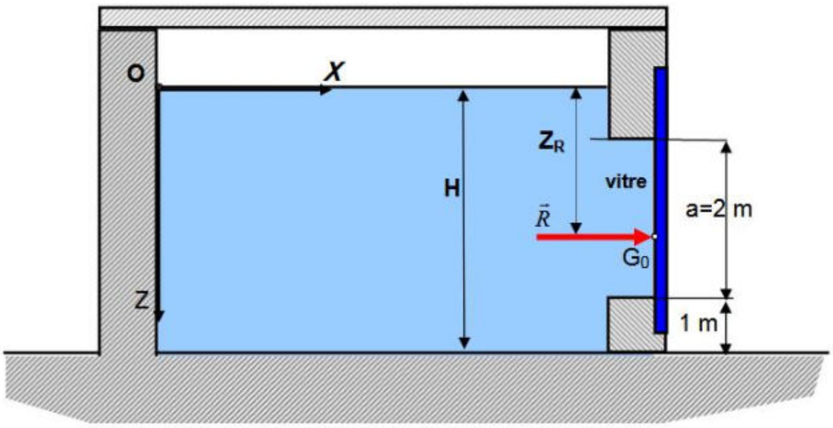


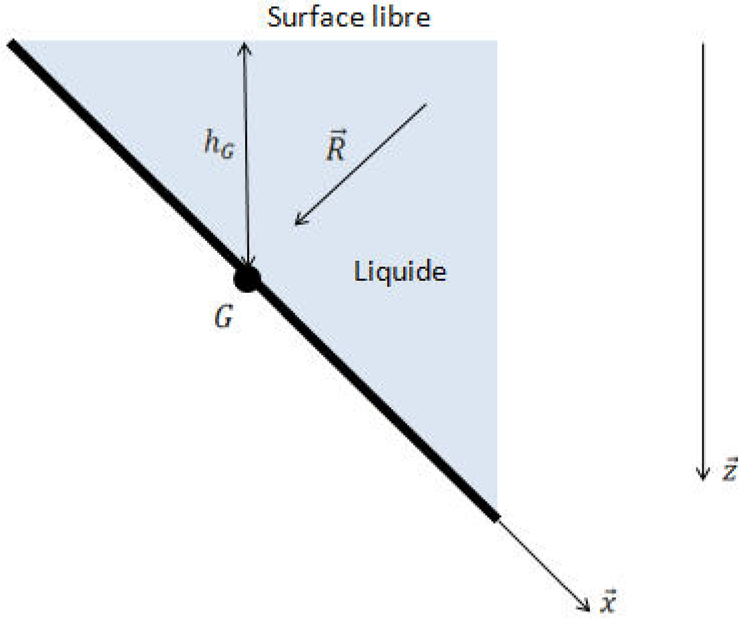
Fig. 3

Il est rempli d'eau de masse volumique $\rho = 1000$ kg/m^3 à une hauteur H = 6m, et équipé d'une partie vitrée de forme rectangulaire de dimensions (2m x 3m) qui permet de visualiser l'intérieur. On donne l'accélération de la pesanteur g = 9,81 m/s^2.

1- Déterminer le module de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression.
2- Calculer la profondeur Z_R du centre de poussée.

Correction

<u>Rappel du cours</u> : force de pression sur une paroi et centre de poussée



On sait que la force de pression s'écrit : $\vec{F} = P.S\,\vec{n}$

Cependant, la pression P varie d'un point de la paroi à un autre. Pour trouver la force, il faut prendre un élément infinitésimal dS de la paroi et calculer l'élément de force dF correspondant, et faire l'intégrale, finalement, sur toute la surface S de la paroi. La résultante des forces qu'on obtient est :

$$\vec{R} = \rho g h_G\, S\,\vec{n}$$

h_G est la profondeur du centre de gravité de la paroi, et S sa surface totale.

Les forces de pression ne sont pas les mêmes sur tout les points de la paroi, car la pression dépend de la profondeur. La résultante (totale) des forces aura un point d'application situé au dessous de G car la pression est plus forte en bas qu'en haut. Ce point d'application est dit « centre de poussée ».

On cherche toujours à déterminer la position de ce centre de poussée sur l'axe de la paroi (x dans le cas de la figure) :

$$x_p = \frac{\iint x^2 dS}{x_G\, S}$$

La quantité $\iint x^2 dS$ s'appelle le moment quadratique.

Pour une paroi rectangulaire de longueur a (suivant x) et de largeur b, on a :

$$x_p = \frac{\iint x^2 dS}{x_G\ S} = \frac{\iint x^2 dx\ dy}{x_G\ S} = \frac{\int_0^a x^2 dx \int_0^b dy}{\frac{a}{2} a.b} = \frac{\frac{1}{3} a^3 b}{\frac{a}{2} a.b} = \frac{2}{3} a$$

On déduit que $x_p > x_G$. Le centre de poussée est toujours situé au dessous du centre de gravité.

Remarque : On a calculé la position du centre de poussée par rapport à la surface libre, donc on a commencé du haut vers le bas.

Exercice 1

1) L'intensité de la résultante des forces sur les quatre faces :
   - Face gauche (droite) :

     $F_1 = F_2 = \rho g h_G\ S = \rho g \frac{h}{2} h L_2 = 238{,}4\ kN$

   - Face avant (arrière) :
   - $F_3 = F_4 = \rho g h_G\ S = \rho g \frac{h}{2} h L_1 = 317{,}8\ kN$

   - Face du fond :

     $F_5 = \rho g h_G\ S = \rho g h L_1 L_2 = 1271{,}4\ kN$

2) La position du centre de poussée :

   $Z_p = \frac{2}{3} h = 2\ m$

   Le centre de poussée est situé verticalement à une profondeur de 2 m. Horizontalement, il est situé au milieu.

Exercice 2

1) L'intensité de la résultante $\vec{R}$ des forces de pression agissant sur S.

   $R = \rho g\ h_G\ S = \rho g\ \frac{h}{2}\ h.b = 300\ kN$

2) Le moment quadratique :

$$I_{(G,Z)} = \iint y^2 dS = \iint y^2 dy\ dz = \int_{+\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}} y^2 \int_0^b dz = \frac{1}{3}[y^3]_{+\frac{h}{2}}^{-\frac{h}{2}}\ .b = \frac{1}{3}\left[-\frac{h^3}{8} - \frac{h^3}{8}\right].b$$

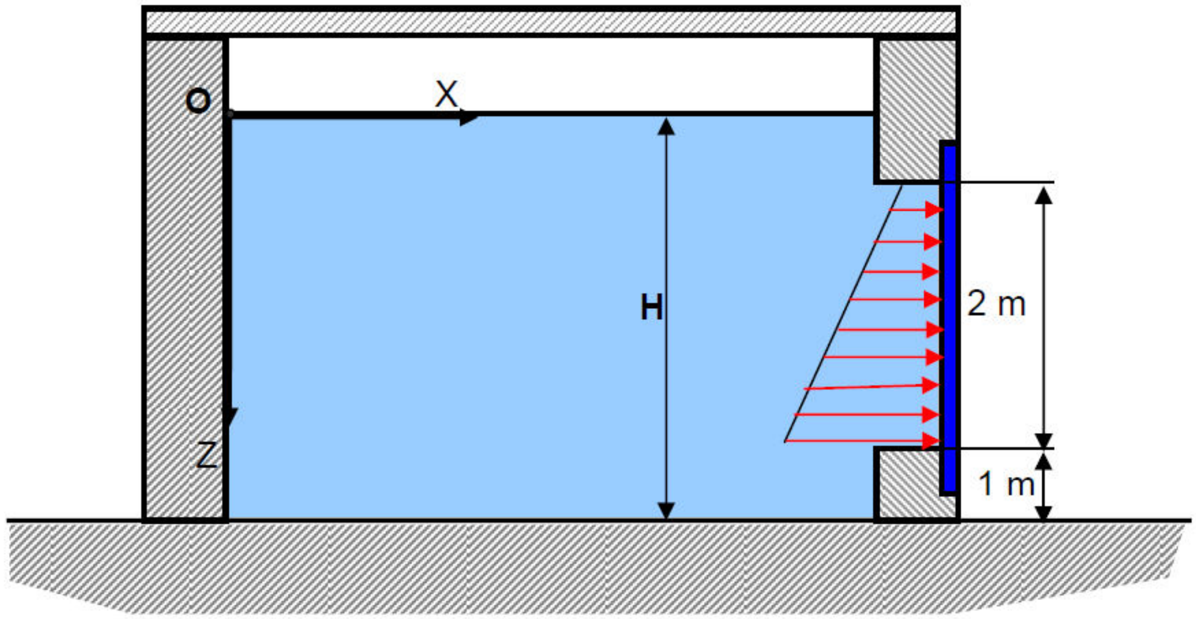
$$= -\frac{bh^3}{12} = -0.5625\ m^4$$

Remarque : Quand on défini les bornes de l'intégrale, on commence par le coté de la paroi situé à la surface libre.

3) Position du centre de poussée :

$$Y_0 = \frac{I_{(G,Z)}}{h_G\ S} = -\frac{bh^3}{12 \times \frac{h}{2}\ h.b} = -\frac{h}{6} = -0.25$$

Exercice 3



1) Module de la résultante des forces :
$R = \rho g\ h_G\ S = 1000 \times 9.81 \times 4 \times (2 \times 3) = 235{,}4\ kN$

2) La profondeur du centre de poussée :
D'après la figure, la profondeur de la première extrémité de la paroi est z = 3 m et la profondeur de la deuxième extrémité est z = 5 m.

$$Z_R = \frac{\iint z^2 dS}{h_G\ S} = \frac{\iint z^2\ dy\ dz}{h_G\ S} = \frac{\int_0^3 dy \int_3^5 z^2 dz}{h_G\ S} = \frac{3 \times \frac{1}{3}[z^3]_3^5}{4 \times (2 \times 3)} = \frac{3 \times \frac{1}{3}[5^3 - 3^3]}{4 \times (2 \times 3)} = \frac{98}{24} = 4{,}0833\ m.$$